UNIVERSITAS HKBP NOMMENSEN MEDAN

MODUL LISTRIK DAN MAGNET

Program Studi Pendidikan Fisika (S1)

ERNI KUSRINI SITINJAK,S.Pd.,M.Pd

PRO DEO ET PATRIA

UNIVERSITAS HKBP NOMMENSEN MEDAN

MODUL LISTRIK DAN MAGNET

Program Studi Pendididikan Fisika (S1)

ERNI KUSRINI SITINJAK,S.Pd.,M.Pd

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN FISIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS HKBP NOMMENSEN

Jln. Sutomo No. 4-A Ged. Mayjen TNI A.E ManihurukLantai II Kantor FKIP Telp. 061-4522922; Fax. 4571426 Medan

SURAT KETERANGAN

Nomor : 58/FIS/FKIP-M/VIII/2022

Bersama dengan ini, Ketua Program Studi Pendidikan Fisika Universitas HKBP Nommensen Medan, dengan ini menerangkan bahwa Modul :

Judul : Modul Listrik dan Magnet

Tahun : 2022

Nama Dosen : Erni Kusrini Sitinjak, S.Pd., M.Pd

Layak digunakan dalam mata kuliah Listrik dan Magnet pada semester Ganjil T.A 2022/2023 di Program Studi Pendidikan Fisika Universitas HKBP Nommensen Medan.

Demikian surat keterangan ini diperbuat dengan sebenarnya untuk dapat digunakan seperlunya.

Hormat kami

Plt. Ketua Prodi

Parlindungan Sitorus, S.Si., M.Si

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur kepada Tuhan yang Maha Esa atas Berkat dan PenyertaanNya maka penulisan Modul Materi Listrik dan Magnet ini bisa diselesaikan. Materi mata kuliah Listrik dan Magnet ini disusun dengan sistematis untuk membantu dan memudahkan mahasiswa mengikuti perkuliahan Listrik dan Magnet.

Materi ini berisi tentang penjelasan materi yang disusun terperinci disertai dengan adanya contoh soal serta pembahasan yang membantu mahasiswa memahami konsep penyelesaian masalah – masalah Fisika.

Materi ini juga dilengkapi dengan soal – soal latihan untuk menguji pemahaman mahasiswa terkait dengan materi yang ada di dalam Materi . Dalam penyusunan dan penulisan Materi ini tentunya masih memiliki kekurangan , untuk itu diharapkan saran dan kritik untuk membangun untuk pernaikan dan kesempurnaan Materi ini.

Semoga Materi ini bermanfaatn bagi kita semua secara khusus kepada mahasiswa peserta mata kuliah Listrik dan Magnet.

.

Medan,

Penyusun

DAFTAR ISI

MATERI 1

GRADIEN, DIVRGENSI DAN CURL

1.1 Operator Del

Operator Del

Operator del merupakan operator pada diferensial vektor yang disimbolkan dengan ∇ (nabla), yang didefinisikan dalam bentuk turunan parsial, yaitu:

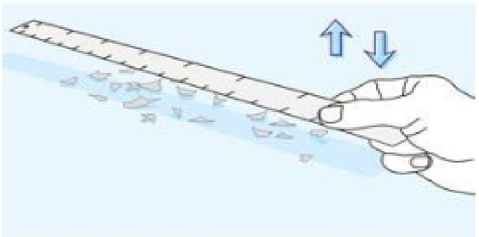
$$\boxed{\begin{aligned}\nabla &= \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{k} \\ &= \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{k}\end{aligned}}$$

Operator del ini bermanfaat untuk mencari gradien, divergensi, dan curl.

1.2 Gradien

Gradien

Tahukah Anda apa itu gaya listrik?



Apabila penggaris digosokkan ke rambut kemudian didekatkan pada potongan-potongan kertas, maka potongan kertas tersebut akan ditarik ke penggaris plastik. Gaya tarik-menarik yang terjadi tersebut disebut gaya listrik. Gaya listrik terjadi karena kekuatan muatan listrik. Penggaris yang digosokkan pada rambut akan bermuatan negatif. Penggaris didekatkan ke potongan kertas yang bermuatan positif, maka penggaris akan menarik potongan kertas tersebut. Jadi, gaya listrik adalah gaya tarik-menarik atau tolak-menolak yang muncul akibat dua benda bermuatan listrik.

Untuk mencari gaya listrik dapat digunakan rumus gradien dari fungsi skalar, dimana fungsi skalarnya adalah potensial dari medan gravitasi.

Definisi Gradien

Misalkan $\phi(x, y, z)$ terdefinisi dan diferensiabel pada setiap titik (x, y, z) dalam ruang R³ , maka gradien ϕ atau grad ϕ atau $\nabla\phi$ didefinisikan oleh

$$\nabla\phi = \left(\frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{k}\right)\phi$$

$$= \frac{\partial\phi}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial\phi}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial\phi}{\partial z}\mathbf{k}$$

"Ingat bahwa gradien mengubah fungsi skalar menjadi fungsi vektor"

Sifat-sifat gradien

Misalkan $\phi(x, y, z)$ dan $\psi(x, y, z)$ adalah fungsi-fungsi skalar yang diferensiabel pada setiap titik (x, y, z) dan c adalah bilangan real, maka berlaku:

i. $\nabla(\phi + \psi) = \nabla\phi + \nabla\psi$
ii. $\nabla(c\phi) = c(\nabla\phi)$
iii. $\nabla(\phi\psi) = \phi\nabla\psi + \psi\nabla\phi$

Jika $\phi = 2xz^4 - x^2y$, carilah $\nabla\phi$ dan $|\nabla\phi|$ pada titik (2, -2, 1)

Penyelesaian

$$\nabla\phi = \frac{\partial\phi}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial\phi}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial\phi}{\partial z}\mathbf{k}$$

$$= \frac{\partial(2xz^4 - x^2y)}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial(2xz^4 - x^2y)}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial(2xz^4 - x^2y)}{\partial z}\mathbf{k}$$

$$= (2z^4 - 2xy)\boldsymbol{i} - x^2\mathbf{j} + 8xz^3\mathbf{k}$$

$$\nabla\phi(2,-2,1) = 10\mathbf{i} - \mathbf{4j} + 16\mathbf{k}$$

$$|\nabla\phi| = \sqrt{10^2 + (-4)^2 + 16^2} = 2\sqrt{93}$$

1.3 Divergensi

Divergensi

Perhatikan gambar di samping!
Gambar apakah tersebut?
Ya, balon gas.

Carilah balon yang telah diisi udara! Perlahan-lahan, buat beberapa lubang pada balon tersebut!, tekan balon dan rasakan gas yang bergerak keluar dengan kecepatan tertentu. Volume gas dalam balon akan berkurang seiring balon ditekan. Tahukah Anda berapa volume yang keluar tersebut? Untuk menentukannya, dapat digunakan rumus divergensi. Volume per detik dari gas yang keluar dari balon sama dengan divergensi dari kecepatan gas tersebut.

Definisi Divergensi

Misalkan vektor $\mathbf{V}(x,y,z) = V_1\mathbf{i} + V_2\mathbf{j} + V_3\mathbf{k}$ terdefinisi dan diferensiabel pada setiap titik (x,y,z). Divergensi dari $\mathbf{V}$ atau div $\mathbf{V}$ $(\nabla \cdot \mathbf{V})$, didefinisikan oleh:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{k}\right) \cdot (V_1\mathbf{i} + V_2\mathbf{j} + V_3\mathbf{k})$$

$$= \frac{\partial V_1}{\partial x} + \frac{\partial V_2}{\partial y} + \frac{\partial V_3}{\partial z}$$

Sifat-sifat divergensi:

Misalkan $\mathbf{F}(x,y,z)$ dan $\mathbf{G}(x,y,z)$ adalah vektor-vektor yang kontinu dan diferensiabel terhadap $x, y,$ dan z, $\phi(x,y,z)$ adalah fungsi skalar yang kontinu dan diferensiabel terhadap $x, y,$ dan z, serta a dan b adalah bilangan real, maka berlaku

i. $\nabla \cdot (a\mathbf{F} + b\mathbf{G}) = a\nabla \cdot \mathbf{F} + b\nabla \cdot \mathbf{G}$

ii. $\nabla \cdot (\phi\mathbf{F}) = \phi(\nabla \cdot \mathbf{F}) + (\nabla\phi) \cdot \mathbf{F}$

iii. $\nabla \cdot (\mathbf{F} \times \mathbf{G}) = (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot \mathbf{G} - \mathbf{F} \cdot (\nabla \times \mathbf{G})$

iv. $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{F}) = 0$

1.4 Curl

Definisi Curl

Jika vektor $\mathbf{V}(x,y,z) = V_1\mathbf{i} + V_2\mathbf{j} + V_3\mathbf{k}$ terdefinisi dan diferensiabel pada setiap titik (x,y,z), maka *curl* dari $\mathbf{V}$ atau rot $\mathbf{V}$ $(\nabla \times \mathbf{V})$, didefinisikan oleh:

$$\nabla \times \mathbf{V} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{k}\right) \times (V_1\mathbf{i} + V_2\mathbf{j} + V_3\mathbf{k})$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_1 & V_2 & V_3 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_2 & V_3 \end{vmatrix}\mathbf{i} - \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_1 & V_3 \end{vmatrix}\mathbf{j} + \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \\ V_1 & V_2 \end{vmatrix}\mathbf{k}$$

$$\nabla \times \mathbf{V} = \left(\frac{\partial V_3}{\partial y} - \frac{\partial V_2}{\partial z}\right)\mathbf{i} + \left(\frac{\partial V_1}{\partial z} - \frac{\partial V_3}{\partial x}\right)\mathbf{j} + \left(\frac{\partial V_2}{\partial x} - \frac{\partial V_1}{\partial y}\right)\mathbf{k}$$

Sifat-sifat curl:

Misalkan $\mathbf{F}(x, y, z)$ dan $\mathbf{G}(x, y, z)$ adalah fungsi vektor-vektor yang kontinu dan diferensiabel terhadap $x, y,$ dan z, $\phi(x, y, z)$ adalah fungsi skalar yang kontinu dan diferensiabel terhadap $x, y,$ dan z, dan a adalah bilangan real, maka berlaku:

i. $\nabla \times (\mathbf{F} + \mathbf{G}) = (\nabla \times \mathbf{F}) + (\nabla \times \mathbf{G})$

ii. $\nabla \times a\mathbf{F} = a(\nabla \times \mathbf{F})$

iii. $\nabla \times \phi\mathbf{F} = (\nabla\phi) \times \mathbf{F} + \phi(\nabla \times \mathbf{F})$

iv. $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{F}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{F}) - \nabla^2\mathbf{F}$

v. $\nabla \times (\nabla\phi) = 0$

vi. $\nabla \times (\mathbf{F} \times \mathbf{G}) = (\mathbf{G} \cdot \nabla)\mathbf{F} - \mathbf{G}(\nabla \cdot \mathbf{F}) - (\mathbf{F} \cdot \nabla)\mathbf{G} + \mathbf{F}(\nabla \cdot \mathbf{G})$

Contoh Soal:

Jika **F** (x,y,z) = xz **i** + xyz **j** - y² **k.**

a. Penyelesaian : Curl F ($\nabla x F$)

Penyelesaian:

$$\text{Curl }\mathbf{F} = \nabla \times \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ xz & xyz & -y^2 \end{vmatrix}$$

$$= \left[\frac{\partial}{\partial y}(-y^2) - \frac{\partial}{\partial z}(xyz)\right]\mathbf{i} - \left[\frac{\partial}{\partial x}(-y^2) - \frac{\partial}{\partial z}(xy)\right]\mathbf{j}$$

$$+ \left[\frac{\partial}{\partial x}(xyz) - \frac{\partial}{\partial y}(xy)\right]\mathbf{k}$$

$$= (-2y - xy)\,\mathbf{i} - (0 - x)\mathbf{j} + (yz - 0)\mathbf{k}$$

$$= -y(2 + x)\mathbf{i} + x\,\mathbf{j} + yz\,\mathbf{k}$$

MATERI 2

ELEKTROSTATIKA

2.1 MUATAN LISTRIK

Gejala muatan listrik dapat dilihat dari kegiatan menggosokkan penggaris plastik ke rambut kemudian penggaris tersebut didekatkan diatas potongan kertas yang kecil maka kertas akan tertarik atau menepel ke penggaris. Hal ini terjadi karena ketika penggaris digosokkan maka penggaris menjadi bermuatan listrik. Benda bermuatan listrik jika jumlah proton dan jumlah elektron berbeda. Gejala muatan listrik sudah ditemukan sejak tahun 600 SM oleh seorang ahli piker Yunanai Kuno bernama Tahles. Namun perkembangannya sejak Coulomb berhasil menjelaskan besar gaya tarik atau gaya tolak antara kedua jenis listrik pada tahun 1785.

Pada tahun 500 SM, orang Yunani menemukan bahwa batu ambar yang digosok dapat menarik benda-benda kecil. Batu ambar tersebut memperoleh muatan listrik dengan cara digosok. Asal kata 'electricity' (listrik) adalah dari elektron, yang artinya batu ambar. Selain batu ambar benda yang bermuatan listrik statik adalah sisir, kertas dalam mesin cetak. Macam muatan listrik:

-muatan positif

-muatan negatif

Muatan listrik diperoleh karena berpindahnya elektron dari satu atom ke atom lainnya, jadi ada atom yang kehilangan dan ada atom yang memperoleh elektron, sehingga dikatakan elektron sebagai pembawa muatan. Muatan yang sejenis akan tolak menolak, sedangkan muatan yang tidak sejenis tarik menarik. Disamping ada gaya tarik menarik yang disebabkan oleh muatan yang berlawanan, bekerja pula gaya gravitasi. Namun gaya gravitasi ini jauh lebih kecil dibandingkan dengan gaya elektrostatiska.

2.2 HUKUM COULOMB

Charles A. de Coulomb (17 84) menghitung secara kuantitatif gaya tarik / tolak antara 2 muatan titik. Yang dimaksud dengan muatan titik adalah jika ukuran benda yang bermuatan jauh lebih kecil dibandingkan dengan jarak yang memisalhkan muatan-muatan tersebut. Hukum Coulomb: gaya tarik menarik / tolak menolak antara 2 muatan titik adalah berbanding lurus dengan hasil kali kedua muatan dan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak antara kedua muatan titik tersebut.

Secara matematis persamaan Hukum coulomb dituliskan:

$$F \sim k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Atau

$$F = k\,\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Dengan k adalah konstanta pembanding bernilai:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} = 9 \times 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2$$

ϵ_o = permitivitas ruang hampa
r = jarak muatan
F = gaya tarik/tolak muatan (N)

Muatan 1 elektron : 1,6 x 10^{-19} C, maka muatan 1 coulomb adalah $\frac{1}{1{,}6 \times 10{-}19}$ = 6,25 x 10^{18} elektron.

Contoh Soal

Bandingkan besar gaya elektrosatatik (F) dan gaya gravitasi (F_g) antara 2 atom Helium yang terionisasi, He → He^{++}. Muatan He^{++} = +3,2 x 10^{-19} C, dan muatan He = 6,68 x 10^{-27} kg.

Penyelesaian:

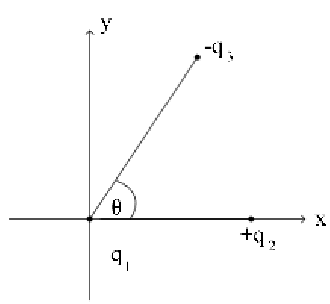
$$F = k\,\frac{q_1 q_2}{r^2} = 9\text{x}10^9\,\frac{(3{,}2 \times 10^{-19})(3{,}2 \times 10^{-19})}{r^2}$$

$$F_g = G\frac{M_1 M_2}{r^2} = 6{,}7 \times 10^{-11}\,\frac{(36{,}68 \times 10^{-27})(6{,}68 \times 10^{-27})}{r^2}$$

Maka perbandingan $\frac{F}{F_g} = \frac{k}{G}\,\frac{q^2}{M^2} = 3{,}1 \times 10^{35}$

Tugas 1

1) Pada gambar di bawah ini terdapat 3 buah muatan : q_1, q_2 dan q_3.



Jika diketahui q_1 = 2,0 x 10^{-6}C, q_2 = 3,0 x 10^{-6}C, q_3 = - 1,0 x 10^{-6}C.
Hitunglah gaya yang bekerja pada q_1 jika mautan q_1 terletak dipusat koordinat dengan jarak muatan q_1 dan q_2 = 15 cm dan jarak muatan q_1 dan q_3 = 20 cm, dan sudut θ = 60°.

2) Gaya elektrostatik di antara 2 ion yang serupa yang dipisahkan oleh jarak $5x10^{-10}$ m adalah $3,7x10^{-9}$N.

a. Berapakah muatan pada tiap ion?

b. Berapakah electron yang hilang dari setiap ion?

3) Jika jarak γ antara elektron dan proton di dalam atom H adalah $5,3x10^{-11}$m, berapakah besar:

a. Gaya listrik kedua partikel tersebut

b. Gaya grafitasi kedua partikel tersebut

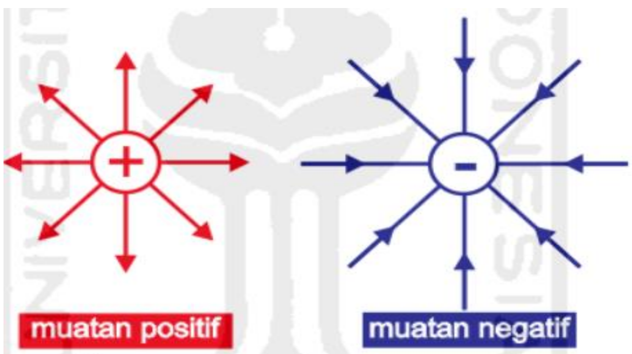
MATERI 3

MEDAN LISTRIK

3.1 Defenisi Medan Listrik

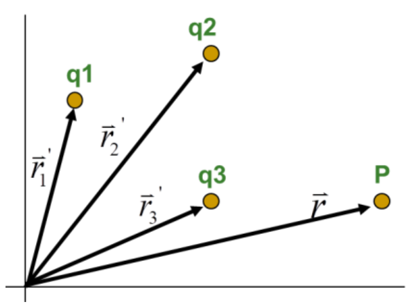
Medan Listrik adalah ruang atau daerah yang masih dipengaruhi sifat kelistrikan dari muatan. Medan listrik suatu muatan titik didefinisikan sebagai limit dari gaya yang bekerja pada muatan titik lain (muatan uji) yang ditimbulkan oleh muatan titik tadi.

$$\bar{E} = \lim_{q \to 0} \frac{\bar{F}}{q}$$



Gaya pada muatan listrik positif bergerak keluar sedangkan gaya pada muatan negatif bergerak kedalam, gaya yang ditimbulkan oleh muatan listrik bergerak dari muatan positif kemuatan negatif

3.2 Medan Listrik Oleh Distribusi Muatan Titik



Misalkan muatan sumber terdiri atas 3 muatan titik q_1, q_2 dan q_3. Gaya resultan pada muatan uji q' pada titik P adalah superposisi gaya pada q' oleh masing-masing muatan sumber. Bila kuat medan pada titik P (vektor posisi) oleh q_1 saja adalah $\overline{E_1}$ $(\bar{r})$, dan kuat medan oleh q_2 saja adalah $\overline{E_2}$ $(\bar{r})$, dan oleh q_3 saja adalah $\overline{E_3}$ $(\bar{r})$, kuat medan resultan pada titik P adalah :

$$\bar{E}\ (\bar{r}) = \overline{E_1}\ (\bar{r}) + \overline{E_2}\ (\bar{r}) + \overline{E_3}\ (\bar{r})$$

Bila terdapat N buah muatan titik sebagai sunber maka persamaan kuat medan menjadi:

$$\bar{E}\ (\bar{r}) = \sum_{i=1}^{N} \bar{E}_i\,(\bar{r})$$

3.3 Medan Listrik Oleh Distribusi Muatan Kontinu

- Untuk muatan yang memiliki volume dikenal rapat muatan ρ yang dirumuskan dengan :

$$\rho = \frac{Q}{V}$$

- Dalam bentuk diferensial dituliskan :

$$\rho = \frac{dQ}{dV}$$

- Jika distribusi muatan adalah kontinu maka medan yang ditimbulkan disetiap titik adalah sangat kecil dq. Medan d$\bar{E}(\bar{r})$ diberikan oleh persamaan :

$$d\bar{E}(\bar{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{d_q}{r^2}\,\hat{r}$$

- Medan resultan dihitung dengan :

$$\bar{E}\ (\bar{r}) = \int d\bar{E}\ (\bar{r})$$

Contoh Soal:

1. Hitunglah medan listrik pada radius 1 cm, 2 cm dan 3 cm dari sebuah muatan titik dengan besar muatan 4 μC?

   Penyelesaian:

   Diketahui: q = 4 μC = 4 x 10^{-6} C

   r_1 = 1 cm = 10^{-2} m

   r_2 = 2 cm = 2 x 10^{-2} m

   r_3 = 3 cm = 3 x 10^{-2} m

   k = 9 x 10^9 Nm^2/C^2

   Ditanya: E_1, E_2 dan E_3 ?

   Jawab:

   $$E_1 = k\frac{q}{{r_1}^2} = 9 \times 10^9\ \frac{4\ x\ 10^{-6}}{(10^{-2})^2} = 3{,}6x10^8 \text{ N/C}$$

   $$E_2 = k\frac{q}{{r_2}^2} = 9 \times 10^9\ \frac{4\ x\ 10^{-6}}{(2\ x\ 10^{-2})^2} = 0{,}9x10^8 \text{ N/C}$$

   $$E_3 = k\frac{q}{{r_3}^2} = 9 \times 10^9\ \frac{4\ x\ 10^{-6}}{(3\ x\ 10^{-2})^2} = 0{,}4x10^8 \text{ N/C}$$

2. Hitunglah medan listrik dari sebuah garis bermuatan sepanjang 1 meter dengan rapat muatan 5 μC/m pada jarak 50 cm pada arah sepanjang garis seperti pada gambar :

Penyelesaian:

Diketahui : $k = 9 \times 10^9\ Nm^2/C^2$

$L = 1$ m

$B = 1$ m + 50 cm = 1,5 m

$Q = \rho.L = 5x10^{-6}C/m\ (1\ m) = 5x10^{-6}C$

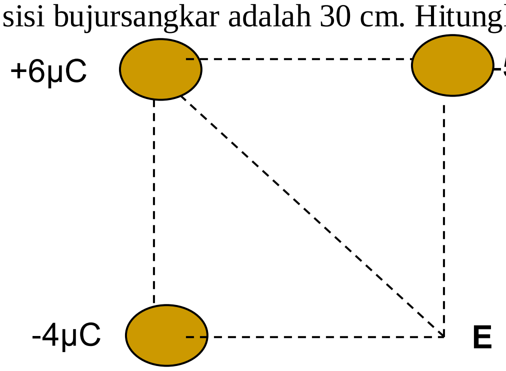
Ditanya : E?

Jawab:

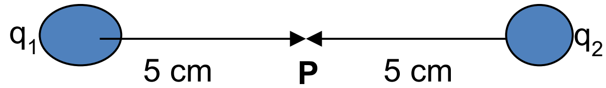
$$E = k\left(\frac{Q}{b(b-L)}\right) = 9 \times 10^9\ \frac{5x10^{-6}C}{1,5(1,5-1)} = 6\ x10^4\ N/C$$

Soal Latihan:

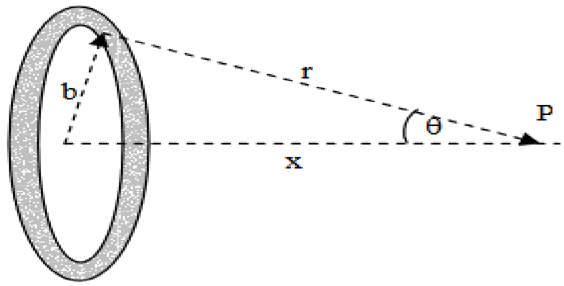
1. Tiga muatan ditempatkan pada tiga sudut sebuah bujur sangkar seperti pada gambar. Setiap sisi bujursangkar adalah 30 cm. Hitunglah E pada sudut ke empat.



2. Hitunglah (a) medan listrik E di udara pada jarak 30 cm dari sebuah muatan titik $q_1 = 5x10^{-9}C$, (b) gaya pada suatu muatan $q_2 = 4x10^{-10}C$ yang ditempatkan 30 cm dari q_1, dan (c) gaya pada muatan $q_3 = -4x10^{-10}C$ yang ditempatkan 30 cm dari q_1 (dimana q_2 tidak ada).
3. Terdapat dua buah bola kecil bermuatan, $q_1 = +20x10^{-8}C$ dan $q_2 = -5x10^{-8}C$. Tentukan (a) medan listrik E pada titik P, (b) gaya pada muatan $-4x10^{-8}C$ yang ditempatkan pada P, dan (c) posisi dimana medan listrik nol (jika tidak ada muatan $-4x10^{-8}C$).



4. Hitunglah medan listrik dari sebuah cincin bermuatan dengan jari-jari 10 cm dengan muatan 15 μC pada jarak 50 cm tegak lurus dari pusat cincin pada gambar dibawah ini:


r
b
θ
P
x

MATERI 4

HUKUM GAUSS

4.1 PERMUKAAN TERTUTUP

- ✓ Permukaan tertutup adalah sebuah permukaan khayal yang mencakup muatan netto
- ✓ Untuk menentukan kandungan kotak tsb, Anda hanya perlu mengukur medan listrik *E* pada permukaan tertutup

4.2 FLUKS LISTRIK

Fluks listrik Φ_E adalah ukuran aliran medan listrik yang melalui sebuah permukaan tertutup.

Mengukur jumlah garis-garis medan listrik yang melewati suatu permukaan.

Muatan di luar permukaan tertutup **tidak berpengaruh** pada fluks listrik.

Ukuran permukaan tertutup **tidak berpengaruh** pada fluks listrik

Fluks listrik $\mathbf{\Phi_E}$ yang melalui sebuah permukaan didefinisikan sebagai:

$$\Phi = \vec{E}\vec{A}$$

Jika luas permukaan tidak tegak lurus terhadap medan listrik maka luas yang diperhitungkan adalah $A\perp = A \cos$, dimana θ adalah sudut antara $A\perp$ dan A, sehingga:

$$\Phi = \vec{E}\vec{A} = E.A\, Cos\theta$$

Jika medan listrik *E* **tidak homogen** tetapi berubah dari titik ke titik pada luas *A*, maka fluks listrik itu sama dengan hasil perkalian elemen luas dan komponen tegak lurus dari *E*, yang diintegralkan pada sebuah permukaan :

$$\mathbf{\Phi_E} = \int E \cos\theta \, dA = \int E\perp \, dA = \int \vec{E}\cdot d\vec{A}$$

Flux listrik total yang menembus suatu permukaan tertutup sebanding dengan muatan total yang dilingkupi oleh permukaan tertutup tersebut.

4.3 SIMETRI DAN PERMUKAAN GAUSS

Gunakan hukum Gauss untuk menghitung medan listrik **E** yang dihasilkan oleh sumber bersimetri tinggi.

Simetri Sumber		Permukaan Gauss
Bola	→	Bola Konsentrik
Silinder	→	Silinder Koaksial
Bidang	→	Pillbox

4.3 PERSAMAAN HUKUM GAUSS

$$\Phi = \oint \overrightarrow{E}.\, d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

Dengan,

$$\boldsymbol{E = medan\ listrik}$$

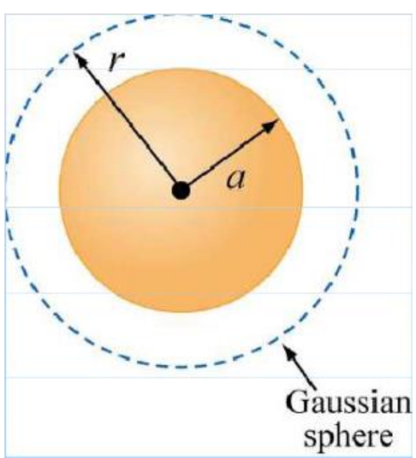
$$\boldsymbol{A = luasan\ gauss}$$

$$\boldsymbol{q_{in} = muatan\ total}$$

4.4 PENERAPAN HUKUM GAUSS

1. Simetri Bola

Jika r > a



Muatan total yang terlingkupi q_{in} = Q

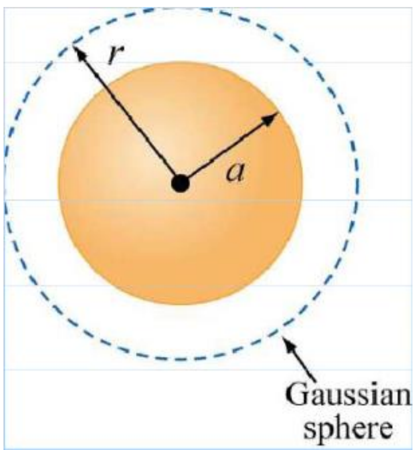
$$\boldsymbol{\Phi} = \oint \vec{E}.\, d\vec{A} = E.4\pi r^2 = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$E = k_e \frac{q}{r^2}$$

2. Simetri Bola

Jika r < a

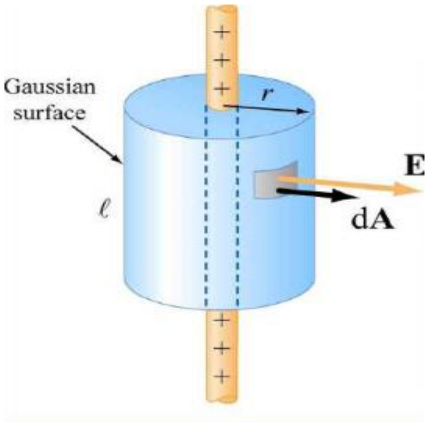


Muatan total yang terlingkupi :

$$q_{in} = \left(\frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi a^3}\right).\mathbf{Q} = \left(\frac{r^3}{a^3}\right).\mathbf{Q}$$

$$\boldsymbol{\Phi} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r}{a^3}$$

3. Simetri Silinder



Muatan total yang terlingkupi :

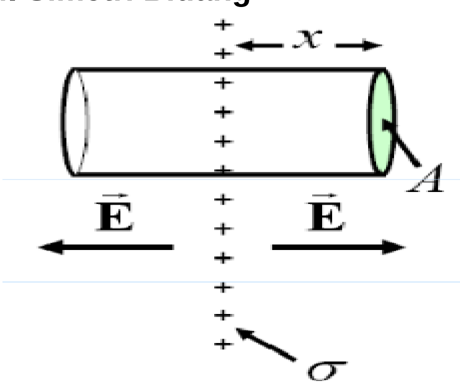
$$q_{in} = \lambda\ell$$

$$\Phi = \mathrm{E}\oiint dA = EA$$

$$= E(2\pi r\ell) = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda\ell}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}$$

4. Simetri Bidang



Muatan total yang terlingkupi :

$$q_{in} = \sigma A$$

$$\Phi = \mathrm{E}\oiint dA = EA$$

$$= E(2A) = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}$$

4.5 Contoh Soal

Jika terdapat persegi dengan panjang sisi 20 cm, lalu bila sebuah medan listrik homogen sebesar 200 N/C ditembakkan ke arahnya dengan arah yang tegak lurus bidang persegi tersebut, berapa jumlah garis medan listrik yang menembus bidang persegi tersebut (fluks listrik)?

Jawab
Luas Persegi = 20 x 20 = 400 cm^2 = 4 x 10^{-2} m^2
Jumlah Garis yang menembus bidang :

$$\Phi = E.A = 200(4x10^{-2})$$

$$\Phi = 8\ weber$$

4.5

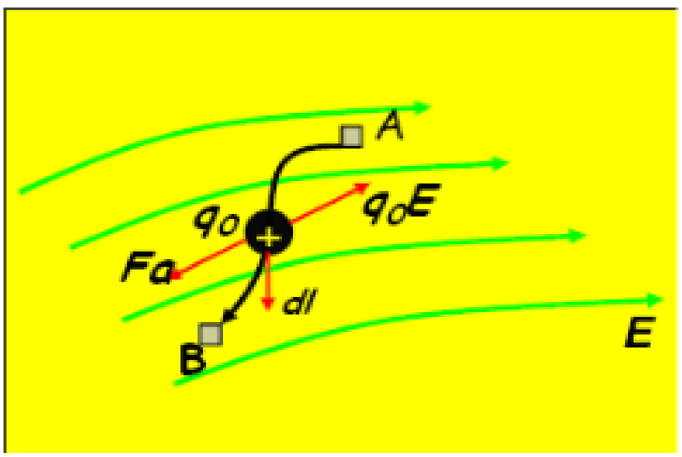
MATERI 5

POTENSIAL LISTRIK

5.1 PENDAHULUAN

Bila sebuah partikel bermuatan bergerak dalam sebuah medan listrik, maka medan itu akan mengerahkan sebuah gaya yang dapat melakukan kerja pada partikel tersebut. Kerja tersebut selalu dapat dinyatakan dalam energi potensial listrik yang besarnya bergantung padak edudukan partikelbermuatan itu dalam medan listrik. Dalam rangkaian, selisih potensial dari satu titik ke titiklain dinamakan tegangan (voltage).

Diberikan satu muatan q_0 dalam medan E :



Partikel tersebut akan dipengaruhi oleh gaya listrik sebesar :

$$\boldsymbol{F = q_0 E}$$

Untuk mempertahankan partikel tersebut agar tidak dipercepat oleh gaya q_0E, maka sebuah pengaruh luar harus memakai gaya Fa, maka berlaku :

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F}a.dl = -q_0 \int_A^B \vec{E}.dl = -q_0 \int_A^B E\cos\theta dl$$

$$\theta = \text{sudut antara arah medan } E \text{ dan arah } dl$$

5.2 ENERGI POTENSIAL

Energi potensial listrik adalah usaha yang dilakukan oleh suatu gaya luar untuk memindahkan partikel bermuatan yang berada di sekitar medan listrik

$$\boxed{W_{AB} = -q_0 \int_A^B \vec{E} d\ell}$$

$$\boxed{U = -q_0 \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{q}{r^2}\, dr}$$

$$\boxed{U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q q_0}{r}}$$

Energi potensial Listrik di Beberapa Muatan

Bila ada N buah muatan titik sebagai sumber, dengan muatan sumber q_i

Secara matematis dituliskan:

$$U = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} \ldots\right) = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

5.3 BEDA POTENSIAL

Beda Potensial $V_B - V_A$ adalah negatif dari kerja per satuan muatan.

$$V_B - V_A = V = \frac{W_{AB}}{q_0} = \frac{U}{q_0}$$

$$V = -\int_A^B \vec{E} dl = -\int_A^B E \cos\theta dl$$

$$dl = dr$$

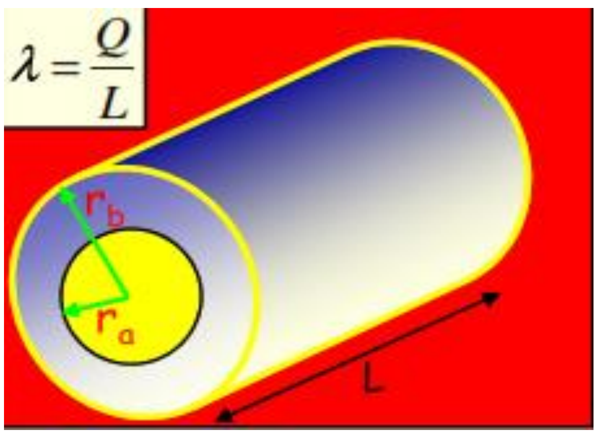
$$V = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_A}^{r_B}\frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$$

Soal:

Buktikan bahwa hubungan energi potensial dan potensial Listrik dinyatkan dengan persamaan :

$$U = q_0 V$$

5.3 POTENSIAL LISTRIK PADA KONDUKTOR SILINDER



Buktikan bahwa besarnya potensial listrik konduktor silinder yang memilikiJari – jari r_a dan dikelilingi oleh sebuah kulit konduksi silinder sesumbu dengan jari-jari r_b adalah :

$$V_{ab} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_b}{r_a}$$

MATERI 6

PERSAMAAN LAPLACE

6.1 Pendahuluan

Transformasi Laplace adalah suatu metode operasional yang dapat digunakan secara mudah untuk menyelesaikan persamaan diferensial linier. Dengan menggunakan transformasi Laplace, dapat diubah beberapa fungsi umum seperti fungsi sinusoida, fungsi sinusoida teredam, dan fungsi eksponensial menjadi fungsi-fungsi aljabar variabel kompleks. Bila persamaan aljabar dalam dipecahkan, maka penyelesaian dari persamaan diferensial (transformasi Laplace balik dari variabel tidak bebas) dapat diperoleh dengan menggunakan tabel transformasi Laplace.

6.2 Persamaan Umum Laplace

Secara umum Transformasi Laplace digunakan mentransformasikan sinyal atau sistem dari kawasan waktu ke kawasan-s dituliskan :

$$\boxed{\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}dt}$$

Fungsi F(s) adalah transformasi Laplace dari f(t) yang adalah suatu frekuensi s, s = σ+ jw

PENGERTIAN TRANSFORMASI LAPLACE

Andaikan fungsi f terdefinisikan untuk untuk t ≥ 0. Transformasi Laplace dari dinyatakan dengan F(s) = L{f} didefinisikan oleh

$$F(s) = L[f(t)] = \int_0^\infty f(t)e^{-st}dt$$

jika limitnya ada

Contoh :

$$L[e^{at}] = \int_0^\infty e^{at}e^{-st}dt$$

$$= \int_0^\infty e^{-(s-a)t}dt$$

$$L[e^{at}] = \frac{1}{s-a}$$

Contoh :

$$L[\cos bt] = \int_0^\infty e^{-st}\cos bt\, dt$$

$$= \frac{s}{s^2+b^2}$$

$$L[t^n] = \int_0^\infty t^n e^{-st}\, dt = \frac{n!}{s^{n+1}}$$

$$L[t^r] = \int_0^\infty t^r e^{-st}\, dt = \frac{\Gamma(r+1)}{s^{r+1}}$$

$$L[e^{at}\cos bt] = \int_0^\infty e^{at}\cos bt\, e^{-st}\, dt$$

$$= \int_0^\infty e^{-(s-a)t}\cos bt\, dt$$

$$= \frac{s-a}{(s-a)^2+b^2}$$

6.3 Contoh Soal:

1. Hitunglah transformasi laplace untuk fungsi undak satuan (unit step) u(t)

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$$

$$\mathcal{L}[u(t)] = \int_0^\infty 1e^{-st}dt$$

$$= -\frac{1}{s}e^{-st}\Big|_0^\infty$$

$$= \left(-\frac{1}{s}e^{-s.\infty}\right) - \left(-\frac{1}{s}e^{-s.0}\right)$$

$$= 0 - \left(-\frac{1}{s}\right) = \frac{1}{s}$$

2. Hitunglah transformasi laplace dari $f(t) = e^{-at}$!

$$\mathcal{L}[f(t)] = \int_0^\infty e^{-at}e^{-st}dt = \int_0^\infty e^{-(s+a)t}dt$$

$$= -\frac{1}{s+a}e^{-(s+a)t}\Big|_0^\infty$$

$$= \left(-\frac{1}{s+a}e^{-\infty}\right) - \left(-\frac{1}{s+a}e^{-0}\right) = 0 - \left(-\frac{1}{s+a}\right)$$

$$= \frac{1}{s+a}$$

3. Hitunglah transformasi laplace dari $f(t) = At$

$$\mathcal{L}[f(t)] = \int_0^\infty Ate^{-st}dt = A\int_0^\infty te^{-st}dt$$

$$\mathcal{L}[f(t)] = At\frac{e^{-st}}{-s}\Big|_0^\infty - A\int_0^\infty \frac{e^{-st}}{-s}dt$$

$$\mathcal{L}[f(t)] = 0 - A\int_0^\infty \frac{e^{-st}}{-s}dt = A\int_0^\infty \frac{e^{-st}}{s}dt$$

$$\mathcal{L}[f(t)] = \frac{1}{s}\frac{e^{-st}}{-s}\Big|_0^\infty = \left(-\frac{1}{s^2}e^{-s\infty}\right) - \left(-\frac{1}{s^2}e^{-s0}\right)$$

$$\mathcal{L}[f(t)] = \frac{1}{s^2}$$

Untuk mempermudah proses transformasi laplace kita dapat menggunakan table transforamasi laplace :

Tabel Transformasi Laplace

No	$f(t)$	$F(s)$
1	Impuls satuan $\delta(t)$	1
2	Unit step $u(t)$	$\frac{1}{s}$
3	t	$\frac{1}{s^2}$
4	$t^n, \quad dimana\ n = 1,2,3 \dots$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
5	e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
6	te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
7	$t^n e^{-at}$	$\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$
8	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$
9	$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$

a. *Tentukan transformasi laplace dari* $f(t) = t - 3e^{-2t}$

solusi

$$\mathcal{L}[t - 3e^{-2t}] = \mathcal{L}[t] - 3\mathcal{L}[e^{-2t}]$$

$$= \frac{1}{s^2} - 3\left(\frac{1}{s+2}\right)$$

$$= \frac{1}{s^2} - \frac{3}{s+2}$$

$$= \frac{s+2-3s^2}{s^2(s+2)}$$

$$= \frac{-3s^2+s+2}{s^2(s+2)}$$

MATERI 7

KONSEP ARUS LISTRIK

7.1 Arus Listrik

Arus listrik adalah banyaknya muatan listrik yang diakibatkan dari pergerakan elektron-elektron, mengalir melalui suatu titik dalam sirkuit listrik tiap satuan waktu.
Untuk arus konstan dituliskan dengan persamaan :

$$I = \frac{Q}{t}$$

Dimaan I adalah arus listrik, Q adalah muatan listrik dan t adalah waktu.
Untuk arus yang mengalir pada suatu waktu etrtentu, dituliskan dengan :

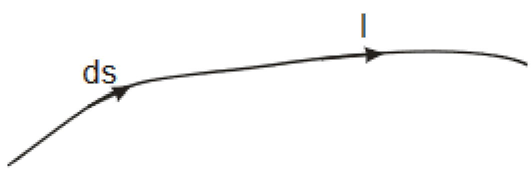
$$I = \frac{dQ}{dt} = neAv$$

Sehingga banyaknya muatan yang dipindahkan pada rentang 0 hingga t, memenuhi persamaan :

$$Q = \int dQ = \int_0^t i\, dt$$

Berdasarkan bentuk distribusinya arus listrik dapat dibedakan atas arus filamen, arus permukaan dan arus volume.

1. Arus Filamen : Arus filamen adalah arus yang terdapat pada penghantar berbentuk batang yang sangat tipis atau berbentuk garis misalnya sepotong kawat yang halus.
   Tinjau suatu muatan garis λ dengan kecepatan sebesar , seperti pada gambar berikut:

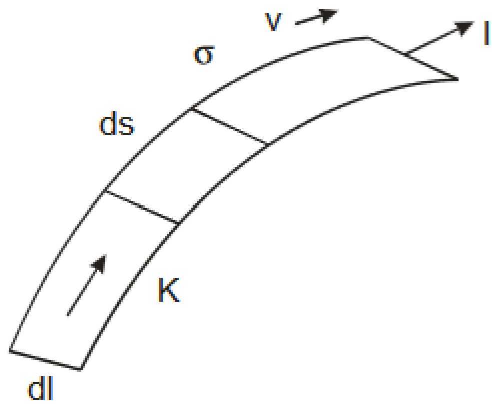
   Arus yang mengalir pada semua titik kawat adalah

   $$I = \frac{dq}{dt} = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{\lambda v \Delta t}{\Delta t}$$

   $$I = \lambda v$$

2. Arus Permukaan

Arus permukaan adalah arus yang terdapat pada permukaan penghantar berbentuk bidang misalnya pada permukaan silinder, kubus atau bola. Misalkan suatu rapat muatan permukaan σ bergerak pada kawat dengan kecepatan v seperti dapat dilihat pada gambar :

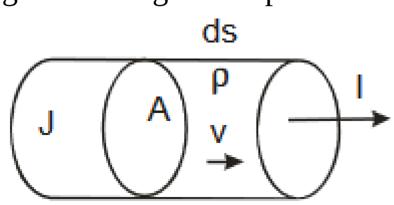


Arus yang mengalir :

$$\Delta I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \sigma \Delta l v$$

3. Arus Volume

   Arus volume adalah arus yang terdapat pada seluruh bagian penghantar misalnya dalam silinder, kubus atau bola. Misalkan suatu rapat muatan volume ρ bergerak dalam penghantar dengan kecepatan v seperti dapat dilihat pada gambar:



Arus yang mengalir :

$$\Delta I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \rho dA v$$

A. Rapat Arus Listrik

   Rapat arus adalah arus muatan pada suatu luas penampang tertentu di suatu titik penghantar.

$$I = \int \vec{J}\, dA = \vec{J} \int dA = JA$$

Dimana I adalah arus pada penghantar, vektor **J** adalah rapat arus yang mempunyai arah sama dengan kecepatan gerak muatan bila muatannya positif dan berlawan arah bila muatannya negatif, dan d**A** adalah vektor luas elemen yang tegak lurus terhadap elemen Sehingga persamaan rapat arus menjadi:

$$J = \frac{I}{A}$$

di mana A adalah luas penampang total dan J adalah rapat arus dalam satuan A/m^2.

Rapat arus sebanding dengan medan listrik yang menimbulkannya, maka :

$$J = \sigma E$$

Konstanta pembanding σ disebut konduktivitas listrik.

7.2 Hukum Ohm

Persamaan Hukum Ohm dikenal sebagai:

$$V = I.R$$

Secara mikroskopik, Hukum Ohm dituliskan :

$$\vec{E} = \rho\vec{J}$$

Dimana

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

7.3 TUGAS!

1. Buktikan bahwa persamaan hukum ohm dapat dituliskan menjadi : $V = I.R$
2. Secara matematis buktikan bahawa persamaan rapat arus muatan dapat menjadi : $J = \sigma E$
3. Buktikan bahwa arus yang mengalir pada arus filamen $I = \lambda v$, arus permukaan $\Delta I = \sigma \Delta l v$, dan arus volume $\Delta I = \rho dAv$ adalah memenuhi persamaan.

MATERI 8

PERSAMAAN MAXWELL

8.1 Persamaan Maxwell

Persamaan Maxwell dalam Bentuk Diferensial

Pada saat mempelajari Teori Elektromagnetik telah diturunkan persamaan Maxwell dalam bentuk integral, seperti yang ditunjukkan pada persamaan berikut:

1. Hukum Faraday –Henry:

$$\oint_C E \cdot dl = -\iint_A \frac{\partial B}{\partial t} \cdot dS \qquad (1)$$

2. Hukum Ampere-Maxwell

$$\oint_C \frac{B}{\mu} \cdot dl = \iint_A \left(J + \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} \right) \cdot dS \qquad (2)$$

3. Hukum Gauss Untuk Medan Listrik

$$\oiint_A \varepsilon E \cdot dS = \iiint_V \rho \, dV \qquad (3)$$

4. Hukum Gauss Untuk Medan Magnet

$$\oiint_A B \cdot dS = 0 \qquad (4)$$

Persamaan Maxwell tersebut dapat dituliskan dalam bentuk diferensial, yang sangat berguna dalam pembahasan dan penurunan dalam aspek medan elektromagnetik. Perubahan ini dapat dilakukan dengan menggunakan dua teorema yaitu **Teorema Divergensi Gauss dan Teorema Stokes.**

Teorema Divergensi Gauss

$$\oiint_A F \cdot dS = \iiint_V \nabla \cdot F \, dV$$

Teorema Stokes

$$\oint_C F \cdot dl = \iint_A \nabla \times F \cdot dS$$

Dengan menggunakan Teori Stokes untuk medan listrik, dipeoleh:

$$\oint_C E \cdot dl = \iint_A \nabla \times E \cdot dS$$

Jika persamaan ini, dibandingkan dengan persamaan :

$$\oint_C E \cdot dl = -\iint_A \frac{\partial B}{\partial t} \cdot dS$$

maka diperoleh:

$$\iint_A \nabla \times E \cdot dS = -\iint_A \frac{\partial B}{\partial t} \cdot dS$$

Sehingga:

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

Dengan cara yang sama, yaitu menggunakan teori Stokes untuk medan magnet akan diperoleh:

$$\nabla \times B = \mu \left(J + \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} \right)$$

Pemanfaatan Teori Gauss untuk medan listrik, diperoleh:

$$\oiint_A E \cdot dS = \iiint_V \nabla \cdot E\, dV$$

Dengan membandingkan persamaan ini dengan Persamaan (3):

$$\oiint_A E \cdot dS = \frac{1}{\varepsilon} \iiint_V \rho\, dV$$

Diperoleh:

$$\iiint_V \nabla \cdot E\, dV = \iiint_V \frac{\rho}{\varepsilon} dV$$

Sehingga:

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

Dengan cara yang sama, untuk medan magnet diperoleh:

$$\nabla \cdot B = 0$$

Jika persamaan Maxwell disusun kembali diperoleh:

1. $\nabla \times E = -\dfrac{\partial B}{\partial t}$

2. $\nabla \times B = \mu \left(J + \varepsilon \dfrac{\partial E}{\partial t} \right)$

3. $\nabla \cdot E = \dfrac{\rho}{\varepsilon}$

4. $\nabla \cdot B = 0$

Daftar Pustaka

Giancoli. 1998. Fisika Jilid 2 (edisi ke 5). Jakarta: Penerbit Erlangga.

Hewitt, Paul G. 2003. Conceptual Physics. New York: Pearson Education

Suyoso, Listrik Magnet, IMSTEP, 2003,Jurusan Fisika FPMIPA Universitas Negeri Jogyakarta

Waloejo Loeksmanto, Medan Elektromagnet, 1994, DepDikBud, Dir Jen Dikti Jakarta